جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

الامتحان التجريبي للصف الثالث الثانوي للعام الدراسي ٢٠١٤- ٢٠١٥

الجبر والهندسة الفراغية (شعبة الرياضيات) الزمن: ساعتان

يسمح باستخدام الالة الحاسبة (الاسئلة في صفحتين)

اولاً: اجب عن احد السؤالين الاتيين

السؤال الاول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات

(١) $^{١٥}ق_{٤} + {}^{١٥}ق_{٥} + {}^{١٦}ق_{٦} =$ .....

(أ) $^{١٦}ق_{٥}$ (ب) $^{١٦}ق_{٦}$ (جـ) $^{١٧}ق_{٥}$ (د) $^{١٧}ق_{٦}$

(٢) اذا كان ω هو احد جذور المعادلة $س^{٣} = ١$ فان احد جذور المعادلة $(س - ١)^{٣} = ١$ هو .....

(أ) ω (ب) $\omega - ١$ (جـ) $\omega + ١$ (د) ١

(٣) المستقيمان اللذان لا يجمعهما مستو واحد يكونان .....

(أ) متوازيان (ب) متقاطعان (جـ) متخالفان (د) متعامدان

(٤)هرم ثلاثي منتظم طول حرفه ٣سم ، فإن ارتفاعه يساوي .....سم

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب)٣ (جـ)٦ (د) $\sqrt{٦}$

(٥) أ ب جـ د أَ بَ جَ دَ مكعب، فان قياس الزاوية الزوجية أ − $\overleftrightarrow{د د'}$ − ب يساوي .....

(أ) ٩٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

(٦) عدد المستويات التي تمر بمستقيم ونقطة لا تقع علي هذا المستقيم .....

(أ) مستوي واحد (ب) مستويان (جـ) ثلاث مستويات (د) عدد لا نهائي

السؤال الثاني: اكمل ما ياتي لتصبح جملة صحيحة

(١) $\frac{٧ + ٤\omega}{٧\omega^{٢} + ٤} + \frac{٥ - ٣\omega^{٢}}{٥\omega - ٣} =$ .....

(٢) اذا كان $^{ن-٤}ل_{ر} \times {}^{٦-ن}ق_{ر} = ١$ فان $\underline{|ن - ر}$ = ...

(٣) اذا رسم مستقيم مائل علي مستو وكان عموديا علي مستقيم في المستوي فان مسقط المستقيم المائل علي المستوي يكون .....

(٤) مكعب طول قطره ٦ سم فان طول حرفه يساوي .....

(٥) اذا كان مستقيم عموديا علي مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما فإنه يكون .....

(٦) اذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط ليست علي استقامة واحدة فانهما يكونان .....

[بقية الاسئلة في الصفحة الثانية]

ثانياً: اجب عن الاسئلة الاتية

السؤال الثالث:

(أ)بدون فك المحدد اثبت ان $\begin{vmatrix} ب جـ & أ^{٢} & أ^{٢} \\ ب^{٢} & جـ أ & ب^{٢} \\ جـ^{٢} & جـ^{٢} & أ ب \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} أ جـ & ب جـ & أ ب \\ ب جـ & أ ب & أ جـ \\ أ ب & أ جـ & ب جـ \end{vmatrix}$

(ب)اذا كان ع عدد مركب حيث $ع + ٢ = ت(ع - ٢)$ اوجد ع فى الصورة المثلثية ثم اوجد الجذرين التربيعين للعدد ع فى الصورة الاسية .

السؤال الرابع:

(أ)باستخدام طريقة كرامر حل مجموعة المعادلات الاتية

$س + ص + ع = ٣$ ، $س - ص + ع = ١$ ، $س + ص - ٢ع =$ صفر

(ب) في مفكوك $\left(س^{٣} + \frac{٥}{س}\right)^{ن}$ اذا كان الحد السابع هو الحد الخالي من س اوجد قيمة ن ثم اوجد النسبة بين الحد السادس والحد الاوسط عندما $س = -٢$

السؤال الخامس:

(أ) $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مستقيم في مستوي الدائرة م يمسها في نقطة أ حيث $أ \in \overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{م ن} \perp$ مستوي الدائرة.

١. برهن ان المستوي ن ب جـ $\perp$ المستوي أ م ن

٢. اذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٥سم ، $م ن = ٥\sqrt{٣}$ سم فاوجد قياس الزاوية $\left(ن - \overleftrightarrow{ب جـ} - م\right)$

(ب) م أ ب جـ هرم ثلاثى ، المستوى س يقطع احرفه $\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$ ، $\overline{م جـ}$ فى د ، هـ ، و على الترتيب بحيث ان $\frac{م د}{د أ} = \frac{م هـ}{هـ ب} = \frac{م و}{و جـ} = \frac{١}{٣}$ برهن ان المستوى أ ب جـ // س و اذا كان $ن \in \overline{ب جـ}$ ، ورسم $\overline{ن م}$ فقطع $\overline{هـ و}$ فى ث . برهن ان :

١) $\overline{د ث} \parallel \overline{أ ن}$ ٢) $أ ن = ٤ د ث$

[انتهت الاسئلة]

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

نموذج إجابة الجبر والفراغية (استرشادي ٢٠١٥)

اجابة السؤال الاول: ٦ درجات

١) $^{١٧}ق_{٦}$ (درجة)

٢) $١+\omega$ (درجة)

٣) متخالفان (درجة)

٤) $\sqrt{٦}$ (درجة)

٥) ٤٥° (درجة)

٦) مستوي واحد (درجة)

اجابة السؤال الثاني: ٦ درجات

١) -١ (درجة)

٢) ١٢٠ أو ٢٤ (درجة)

٣) عموديا علي هذا المستقيم (درجة)

٤) $٢\sqrt{٣}$ (درجة)

٥) عموديا علي مستويهما (درجة)

٦) منطبقان (درجة)

اجابة السؤال الثالث: ٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) $م = \begin{vmatrix} ب جـ & أ^٢ & أ^٢ \\ ب^٢ & جـ أ & ب^٢ \\ جـ^٢ & جـ^٢ & أ ب \end{vmatrix}$

بضرب عناصر العمود الاول في أ، وضرب عناصر العمود الثاني في ب وضرب عناصر العمود الثالث في جـ

$\therefore م = \frac{١}{أ ب جـ} \begin{vmatrix} أ ب جـ & ب أ^٢ & جـ أ^٢ \\ أ ب^٢ & ب جـ أ & جـ ب^٢ \\ أ جـ^٢ & ب جـ^٢ & جـ أ ب \end{vmatrix}$ (درجة) (درجة)

باخذ أ عامل مشترك من عناصر الصف الاول ، ب عامل مشترك من عناصرالصف الثاني، جـ عامل مشترك من عناصر الصف الثالث

$\therefore م = \begin{vmatrix} ب جـ & أ ب & أ جـ \\ أ ب & أ جـ & ب جـ \\ أ جـ & ب جـ & أ ب \end{vmatrix}$ (درجة)

بتبديل $ع_١$ مع $ع_٣$ ثم $ع_٢$ مع $ع_٣$ (درجة)

$\therefore م = \begin{vmatrix} أ جـ & ب جـ & أ ب \\ ب جـ & أ ب & أ جـ \\ أ ب & أ جـ & ب جـ \end{vmatrix}$

(ب) $ع + ٢ = ت ع - ٢ت$

$\therefore ع(١ - ت) = -٢ - ٢ت$ (نصف درجة)

$\therefore ع = \frac{-٢ - ٢ت}{١ - ت}$

بالضرب في مرافق المقام

$\therefore ع = \frac{-٤ت}{١+١} = -٢ت$ (نصف درجة)

$|ع| = \sqrt{٠ + ٤} = ٢$

سعة (ع) = $٢٧٠^\circ = \frac{٣\pi}{٢}$

$\therefore ع = ٢\left(جتا\frac{٣\pi}{٢} + ت جا\frac{٣\pi}{٢}\right)$ (درجة)

$\therefore ع^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}\left(جتا\frac{١}{٢}\left(\frac{٣\pi}{٢} + ٢ك\pi\right) + ت جا\frac{١}{٢}\left(\frac{٣\pi}{٢} + ٢ك\pi\right)\right)$ (درجة)

حيث ك = ٠ او ١

عند ك = ٠ $\therefore ع^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}هـ^{\frac{٣\pi}{٤}ت}$ (نصف درجة)

عند ك = ١ $\therefore ع^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}هـ^{\frac{٧\pi}{٤}ت}$ (نصف درجة)

اجابة السؤال الرابع:٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ \\ ١ & ١ & -٢ \end{vmatrix} = ٦$ (درجة)

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٣ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ \\ ٠ & ١ & -٢ \end{vmatrix} = ٦$ (نصف درجة)

$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & -٢ \end{vmatrix} = ٦$ (نصف درجة)

$\Delta_{ع} = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ ١ & -١ & ١ \\ ١ & ١ & ٠ \end{vmatrix} = ٦$ (نصف درجة)

$\therefore س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = ١$ (نصف درجة)

، $ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = ١$ (نصف درجة)

$ع = \frac{\Delta_{ع}}{\Delta} = ١$ (نصف درجة)

(ب) $ح_٧ = {}^{ن}ق_{٦}\left(س^٣\right)^{ن-٦} \times \left(\frac{٥}{س}\right)^٦$ (درجة)

$= {}^{ن}ق_{٦} \times ٥^٦ \times س^{٣ن-٢٤}$ (نصف درجة)

$\therefore ٣ن - ٢٤ = ٠$

$\therefore ن = ٨$ (نصف درجة)

الحد الاوسط = $ح_٥$ (نصف درجة)

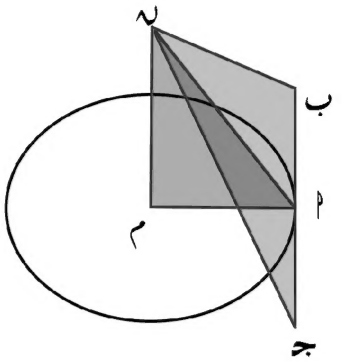
النسبة $= \frac{ح_٦}{ح_٥} = \frac{٨ - ٥ + ١}{٥} \times \frac{\frac{٥}{س}}{س^٣} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{س^٤}$ (درجة)

عندما س = - ٢ فان النسبة $= \frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{١٦} = \frac{١}{٤}$ (نصف درجة)

(باقي الاجابة في الصفحة التالية) (تراعي الحلول الاخري)

اجابة السؤال الخامس: ٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ)



(نصف درجة للرسم)

$\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس ، $\overline{م م}$ نصف قطر

$\therefore \overleftrightarrow{ب جـ} \perp \overline{م م}$ .....(١) (نصف درجة)

$\because \overline{ن م} \perp$ مستوي الدائرة

$\therefore \overline{ن م} \perp \overleftrightarrow{ب جـ}$.....(٢) (نصف درجة)

من (١) ، (٢) ينتج ان $\overleftrightarrow{ب جـ} \perp$ المستوي ن م م

$\because \overleftrightarrow{ب جـ} \supset$ المستوي ب ن جـ (نصف درجة)

$\therefore$ المستوي ب ن جـ $\perp$ المستوي ن م م (نصف درجة)

$\because$ كل من $\overline{ن م}$ ، $\overline{م م}$ عموديان علي $\overleftrightarrow{ب جـ}$

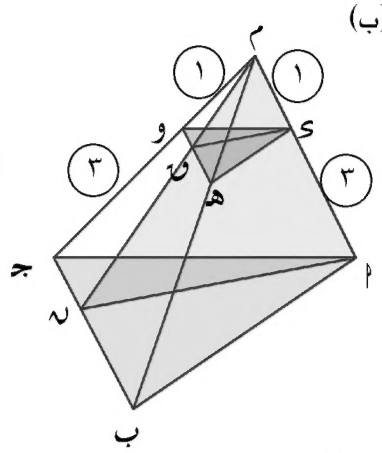
$\therefore$ زاوية ن م م هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

$(ن - \overleftrightarrow{ب جـ} - م)$ (نصف درجة)

$ظا(\hat{ن م م}) = \frac{ن م}{م م} = \frac{٣\sqrt{٥}}{٥} = \sqrt{٣}$ (نصف درجة)

$\therefore ق(\hat{ن م م}) = ٦٠°$ (نصف درجة)

(ب)



(نصف درجة للرسم)

في Δ م م ب :

$\because \frac{ك م}{ك ب} = \frac{ه م}{ه ب} = \frac{١}{٣}$

$\therefore \overline{ه ك} // \overline{ا ب}$.....(١) (نصف درجة)

في Δ م ب جـ :

$\because \frac{ه م}{ه ب} = \frac{و م}{و جـ} = \frac{١}{٣}$

$\therefore \overline{ه و} // \overline{ب جـ}$.....(٢) (نصف درجة)

من (١) ، (٢) ينتج ان

المستوي ك ه و // المستوي ا ب جـ (نصف درجة)

$\because$ المستوي م ا ن يقطع المستويين المتوازيين ك ه و ، ا ب جـ

في $\overleftrightarrow{ك د}$ ، $\overleftrightarrow{ن ا}$ علي الترتيب (نصف درجة)

$\therefore \overleftrightarrow{ن ا} // \overleftrightarrow{ك د}$ (نظرية) (نصف درجة)

$\therefore \frac{ك م}{م ا} = \frac{د ك}{ن ا} = \frac{١}{٤}$ (نصف درجة)

$\therefore ن ا = ٤ ك د$ (نصف درجة)

وزارة التربية والتعليم مكتب مستشار الرياضيات

نموذج اختبار للصف الثالث الثانوي في مادة الجبر والهندسة الفراغية (شعبة الرياضيات) طبقاً للمواصفات الجديدة لعام ٢٠١٤

اجب عن الاسئلة الاتية **يسمح باستخدام الالة الحاسبة**

السؤال الاول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات

(١)اذا كان $\text{س} + \text{ت}\text{ص} = \frac{١ - ٢\text{ت}}{٢ + \text{ت}}$ فإن $\text{س} + \text{ص} = ...$

(أ)١ (ب) − ١ (جـ)٢ (د)٣

(٢) اذا كان ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح . فإن $(١ + \omega + \omega\text{ت})(١ + \omega - \omega\text{ت}) = ...$

(أ)٤ (ب)٢ (جـ)١ (د) − ١

(٣)اذا كان $^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}-٢} = ٣٦$ ، فإن $\text{ن} = ...$

(أ)٣ (ب)٩ (جـ)٦ (د)٧

(٤)هرم ثلاثي منتظم طول حرفه ٣سم ، فإن طول ارتفاعه يساوي .....سم

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب)٣ (جـ)٦ (د) $\sqrt{٦}$

(٥)مكعب مجموع اطوال اقطاره يساوي ١٢سم ، فإن مساحة وجهه تساوي .....سم^{٢}

(أ)٣ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ)٤٨ (د)٩

(٦) اذا وازى مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فإنه .....

(أ)عمودي علي خط تقاطعهما (ب)يوازي خط تقاطعهما (جـ)عمودي علي كل منهما (د)ينصف الزاوية بينهما

السؤال الثاني:

(أ)بدون فك المحدد اثبت ان $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{أ} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{س} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{أ} & \text{س} \end{vmatrix} = (\text{س} + ٢\text{أ})(\text{س} - \text{أ})^{٢}$

(ب) م أ ب جـ هرم ثلاثى ، المستوى س يقطع احرفه $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ فى د ، هـ ، و على الترتيب بحيث ان $\frac{\text{م د}}{\text{د أ}} = \frac{\text{م هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{م و}}{\text{و جـ}} = \frac{١}{٣}$ برهن ان المستوى د هـ و // المستوى أ ب جـ و اذا كان ن $\in$ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ورسم $\overline{\text{م ن}}$ فقطع $\overline{\text{هـ و}}$ فى س . برهن ان :

١) $\overline{\text{د س}}$ // $\overline{\text{أ ن}}$ ٢) أ ن = ٤ د س

السؤال الثالث:

(أ)باستخدام طريقة كرامر حل مجموعة المعادلات الاتية

$\text{س} + \text{ص} + \text{ع} = ٣$ ، $\text{س} - \text{ص} + \text{ع} = ١$ ، $\text{س} + \text{ص} - ٢\text{ع} = \text{صفر}$

(ب)المثلث ابجـ فيه قـ(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٣٠° ، $\overline{ء ب}$ ⊥ المستوى ا ب جـ ، $\overline{ء جـ}$ ⊥ $\overline{ا جـ}$ ، ء ب = ١٥ سم ، ا ب = ١٦سم ، اوجد طول $\overline{ء جـ}$ ، ثم اوجد قياس الزاوية الزوجية ب − $\overleftrightarrow{ا جـ}$ − ء

السؤال الرابع:

(ا)اذا كان ع عدد مركب حيث (٢ − ت)ع = ٤ − $\bar{ع}$ اوجد ع فى الصورة المثلثية ثم اوجد الجذرين التربيعين للعدد ع فى الصورة الاسية .

(ب) س~ ، ص~ مستويان متقاطعان فى $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ، ك نقطة لا تنتمى لاى من المستويين ، رسم $\overline{ك ل}$ ⊥ المستوى س~ يقابله فى ل ، $\overline{ك ن}$ ⊥ المستوى ص~ يقابله فى ن اثبت ان $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ⊥ المستوى ك ل ن

السؤال الخامس:

(ا)فى مفكوك $(ا - س)^{٨}(ا + س)^{٨}$

١) اوجد معامل $س^{٦}$ ٢) اذا كان $\frac{ع_{٦}}{ع_{٣}} = -١٢٨$ فما قيمة س .

(ب)اذا كانت س~ مجموعة غير خالية وكان ص~ = {(ا ، ب) : ا ، ب ∈ س~،ا ≠ ب} وكان عدد عناصر ص~ يساوي ٧٢ ع = {{ا ، ب} : ا ، ب ∈ س~}. اوجد عدد عناصر ع.

الجبر والهندسة الفراغية

س١

(١) (ب) -١

(٢) (د) -١

(٣) (ب) ٩

(٤) (د) $\sqrt{٦}$

(٥) (أ) ٢

(٦) (ب) يوازي خط تقاطعهما

س٢

(أ) $ع_١ + ع_٢ + ع_٣$

$$\therefore \begin{vmatrix} س+٢أ & أ & أ \\ س+٢أ & س & أ \\ س+٢أ & أ & س \end{vmatrix}$$

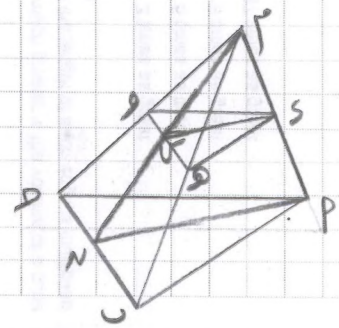
$$= (س+٢أ) \begin{vmatrix} ١ & أ & أ \\ ١ & س & أ \\ ١ & أ & س \end{vmatrix}$$

$ص_١ \times -١ + ص_٢$ ، $ص_١ \times -١ + ص_٣$

$$= (س+٢أ) \begin{vmatrix} ١ & أ & أ \\ ٠ & س-أ & ٠ \\ ٠ & ٠ & س-أ \end{vmatrix}$$

$$= (س+٢أ)(س-أ)^٢$$

(ب)



$\because \frac{م د}{د أ} = \frac{م هـ}{هـ ب} = \frac{١}{٣}$

$\therefore \overline{د هـ} \parallel \overline{أ ب}$ ——— ①

$\because \frac{م هـ}{هـ ب} = \frac{م و}{و ح} = \frac{١}{٣}$

$\therefore \overline{هـ و} \parallel \overline{ب ح}$ ——— ②

من ① ، ② ⟸ المستوى د هـ و // المستوى أ ب ح

$\because$ المستوى م أ ن يقطع المستويين المتوازيين د هـ و ، أ ب ح في $\overline{د س}$ ، $\overline{أ ن}$ على الترتيب

$\therefore \overline{د س} \parallel \overline{أ ن}$

$\therefore \frac{د س}{أ ن} = \frac{م د}{م أ} = \frac{١}{٤}$

$\therefore أ ن = ٤ د س$

س٣

(أ) $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ \\ ١ & ١ & -٢ \end{vmatrix} = ٦$

$\Delta_س = \begin{vmatrix} ٣ & ١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ \\ صفر & ١ & -٢ \end{vmatrix} = ٦$

$\Delta_ص = \begin{vmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \\ ١ & صفر & -٢ \end{vmatrix} = ٦$

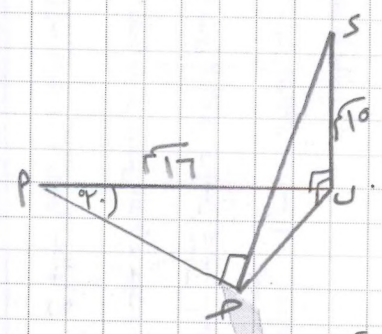
$\Delta_ع = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ ١ & -١ & ١ \\ ١ & ١ & صفر \end{vmatrix} = ٦$

$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} = ١$

$ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta} = ١$

$ع = \frac{\Delta_ع}{\Delta} = ١$

(ب)



∵ $\overline{دب}$ ⊥ المستوى أ ب جـ

∵ $\overline{دجـ}$ مائل على المستوى أ ب جـ

∴ $\overline{بجـ}$ مسقط $\overline{دجـ}$ على المستوى

∵ $\overline{دجـ}$ ⊥ $\overline{جـأ}$

∴ $\overline{بجـ}$ ⊥ $\overline{جـأ}$

∴ ق(ب جـ̂ أ) = ٩٠°

∵ $\overline{بجـ}$ مقابل للزاوية قياسها ٣٠°

∴ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٨ سم

في △ د ب جـ القائم

دجـ = $\sqrt{(دب)^2 + (بجـ)^2}$

= $\sqrt{(١٥)^2 + (٨)^2}$ = ١٧ سم

∵ $\overline{بجـ}$ ، $\overline{دجـ}$ عموديان على $\overline{أجـ}$

∴ د جـ̂ ب هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية ب − $\overleftrightarrow{أجـ}$ − د

طا(ب جـ̂ د) = $\frac{١٥}{٨}$

∴ ق(ب جـ̂ د) = ٢٩″ ٥٥′ ٦١°

س٤

(أ) نفرض ع = س + ت ص

$\overline{ع}$ = س − ت ص

∴ (٢ − ت)(س + ت ص) = ٤ − س + ت ص

∴ ٢س + ٢ص ت − س ت + ص = ٤ − س + ت ص

∴ ٢س + ص = ٤ − س | ٢ص − س = ص

∴ ٣س + ص = ٤ ——— ① | ص = س ——— ②

بالتعويض من ② في ①

∴ ٤س = ٤ ⟸ س = ١ ، ص = ١

∴ ع = ١ + ت

|ع| = $\sqrt{١ + ١}$ = $\sqrt{٢}$

طا θ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{١}{١}$ في الربع الأول

∴ θ = $\frac{\pi}{٤}$

ع = $\sqrt{٢}$ (جتا $\frac{\pi}{٤}$ + ت جا $\frac{\pi}{٤}$)

ع$^{\frac{1}{2}}$ = $\sqrt[4]{٢}$ (جتا $\frac{\pi}{٤}$ + ت جا $\frac{\pi}{٤}$)$^{\frac{1}{2}}$

= $\sqrt[4]{٢}$ (جتا $\frac{1}{2}$($\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π) + ت جا $\frac{1}{4}$($\frac{\pi}{٤}$ + ٢ك π))

ك = صفر ، ١

عندما ك = صفر

ع$^{\frac{1}{2}}$ = $\sqrt[4]{٢}$ [جتا $\frac{\pi}{٨}$ + ت جا $\frac{\pi}{٨}$]

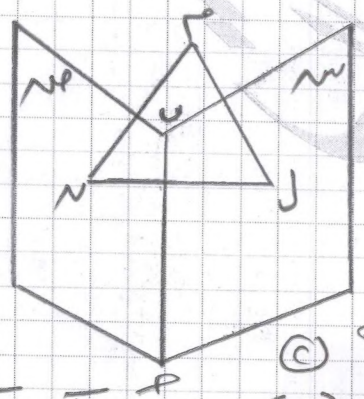
= $\sqrt[4]{٢}$ هـ$^{\frac{\pi}{٨}ت}$

عندما ك = ١

ع$^{\frac{1}{2}}$ = $\sqrt[4]{٢}$ [جتا $\frac{٩\pi}{٨}$ + ت جا $\frac{٩\pi}{٨}$]

= $\sqrt[4]{٢}$ هـ$^{\frac{٩\pi}{٨}}$

(ب)



∵ $\overline{مل}$ ⊥ س

∴ $\overline{مل}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ①

∵ $\overline{من}$ ⊥ ص

∴ $\overline{من}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ②

من ① ، ② ⟸ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ⊥ كل من $\overline{مل}$ ، $\overline{من}$

∴ $\overleftrightarrow{بجـ}$ ⊥ المستوى م ل ن

$س^{٥}$

(أ) $(١-س)^{٨}(١+س)^{٨}$

$= (١-س^{٢})^{٨}$

$ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} (-س^{٢})^{٨-ر}$

لإيجاد معامل $س^{٦}$

نضع $٢(٨-ر) = ٦$

$\therefore ر = ٥$

$\therefore$ المعامل $= {}^{٨}ق_{٥} (-١)^{٨-٥} = -٥٦$

$\therefore \frac{ح_{٦}}{ح_{٢}} = -١٢٨$

$\therefore \frac{{}^{٨}ق_{٥} (-س^{٢})^{٢}}{{}^{٨}ق_{٤} (-س^{٢})^{٦}} = -١٢٨$

$\therefore \frac{ج}{-س^{٦}} = -١٢٨$

$\therefore س^{٦} = ٦٤$

$\therefore س = \pm ٢$

(ب) نفرض عدد عناصر المجموعة

$ن(س) = ن$

$\therefore$ عناصر صـ تمثل جميع الأزواج المرتبة من المجموعة س

$\therefore$ عدد عناصر صـ $= {}^{ن}ل_{٢}$

$\therefore {}^{ن}ل_{٢} = ٧٢$

$\therefore ن = ٩$

$\therefore$ عناصر المجموعة ع تمثل جميع المجموعات الجزئية الثنائية من المجموعة س

$\therefore$ عدد عناصر ع $= {}^{٩}ق_{٢} = ٣٦$

مكتب مستشار الرياضيات

نموذج امتحان الجبر والهندسة الفراغية

العام الدراسى ٢٠١٣ – ٢٠١٤

أعلم أن $ت^{٢} = -١$ ، ω هى أحد الجذور التكعيبية غير الحقيقية للواحد الصحيح

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : أكمل كلاً مما يأتى

❶ إذا كان $\sim ل_{ر} = \sim و_{ر}$ فإن قيم ر هى .....

❷ جميع الأعمدة المرسومة على مستقيم من نقطة عليه تقع فى .....

❸ $\sim و_{٠} + \sim و_{١} + \sim و_{٢} + \sim و_{٣} + ... + \sim و_{ن} =$ .....

❹ مكعب مساحته السطحية ٤٨ سم مربع فإن طول قطره .....

❺ $\omega^{٩٨} + \frac{١}{\omega^{٩٨}} =$ .....

❻ إذا زاوى مستقيم كلاً من مستويين متقاطعين فإنه .....

السؤال الثانى

❶ أوجد الحد الخالى من س فى مفكوك $(س^{٢} - \frac{١}{س^{٣}})^{١٢}$ وأوجد النسبة بينه وبين الحد الأوسط عندما س = ١

❷ جـ أ ب ، ء أ ب مثلثان فى مستويين مختلفين فإذا كانت س ، ص ، م ، ع منتصفات $\overline{جـ أ}$ ، $\overline{جـ ب}$ ، $\overline{ء أ}$ ، $\overline{ء ب}$ على الترتيب فاثبت أن $\overleftrightarrow{س ص}$ // المستوى ء أ ب ، الشكل س ص ع م متوازى أضلاع .

السؤال الثالث

❶ أوجد باستخدام المحددات مجموعة حل المعادلات الآتية :

$س - ٢ ص + ٢ ص = ٢ ، ٣ س + ٤ ع = ١٠ ، ٦ ع - ص = ٥$

❷ س ، ص مستويان ، $س \cap ص = \overline{أ ب}$ ، رسم المربع أ ب جـ د فى المستوى س ، $\sim$ منتصف $\overline{أ ب}$ ، م منتصف $\overline{جـ ء}$. رسم $\overline{م ل} \perp$ المستوى ص يقطعه فى ل .

❶ أثبت أن $\overline{أ ب} \perp$ المستوى $\sim م ل$.

❷ إذا كان $و_{\sim} (ل - \overleftrightarrow{أ ب} - م) = ٦٠^{\circ}$ فاثبت أن المستوى أ م ل $\perp$ المستوى ب م ل .

السؤال الرابع

❶ إذا كان ع١ = -٢ (جا $\frac{\pi}{٣}$ − ن جتا $\frac{\pi}{٣}$) ، ع٢ = $\sqrt{٢}$ (جتا $\frac{\pi ٥}{٤}$ − ن جا $\frac{\pi}{٤}$) ،

ع٣ = ١ + $\sqrt{٣}$ ن ، فأوجد العدد ع فى الصورة الأسية حيث ع = $\frac{ع_{١}^{٥} \, ع_{٣}^{٣}}{ع_{٢}^{٤}}$

❷ م أ ، م ب ، م جـ متعامدة مثنى مثنى ، م أ = ٨ سم ، م ب = ٧,٥ سم ، م جـ = ١٠ سم ،

ن مسقط م على المستوى أ ب جـ . أثبت أن :

❶ ب جـ ⊥ المستوى م أ ن . ❷ ن ملتقى ارتفاعات المثلث أ ب جـ .

❸ إذا كان م ء ارتفاع Δ م ب جـ فاحسب طول كل من م ء ، م ن .

السؤال الخامس

❶ أثبت أن $\frac{ω١٠+١}{ω٢-١}^{٢} + \frac{ω١٧+٢}{ω٣+٢} = ٦$

❷ أوجد قيمة ك التى تجعل (س − ٢) أحد عوامل المحدد

$$\begin{vmatrix} س-١ & س+٣ & ٢ \\ ٣- & س+٥ & ٦- \\ س+٣ & ٢ & س+ك \end{vmatrix}$$

نموذج امتحان (الجبر والهندسة الفراغية) طبقاً لمواصفات الورقة الامتحانية للعام ٢٠١٥

أولاً : أجب عن أحد السؤالين الآتيين

السؤال الأول : تخير الإجابة الصحيحة من بين القوسين (٦ درجات)

[٠١] إذا كان $ل_ن = ٥ \times ل_{ن-١} ، ق_ر = ٧ \times ق_{ر-١} = ٥ \times ق_{ر-١}$ فأوجد قيمة $(ن + ر)$

❶	٤	❷	٧	❸	١١	❹	١٨

[٠٢] أوجد مجموع معاملى الحدين الأوسطين فى مفكوك $(٢س^{٣} - \frac{١}{س})^{١١}$

❶	١٤٧٨٤	❷	- ١٤٧٨٤	❸	- ٢٩٥٦٨	❹	٢٩٥٦٨

[٠٣] إذا كانت أبعاد متوازى مستطيلات هى ١٢ ، ١٦ ، ٢١ سم فأوجد طول قطره.

❶	٢٩	❷	٤٩	❸	٧٨٠	❹	٤٠٣٢

[٠٤] أوجد ظل زاوية ميل الوجه الجانبى للهرم الثلاثى المنتظم على قاعدته .

❶	١	❷	$٦\sqrt{}$	❸	$٢\sqrt{}$	❹	$٢\sqrt{٢}$

[٠٥] إذا كان أ ب جـ ء ، أ′ ب′ جـ′ ء′ مكعب فحدد المستوى العمودى على $\overline{أجـ}$

❶	ب ء ، جـ′	❷	أ ب ب′ أ′	❸	ء ب ب′	❹	أ جـ ء′

[٠٦] إذا وازى مستقيم مستوياً فإنه :

❶	يوازى جميع مستقيمات المستوى	❷	يتخالف مع جميع مستقيمات المستوى
❸	يوازى مستقيم وحيد فى المستوى	❹	يوازى بعض المستقيمات فى المستوى

السؤال الثانى : أكمل كلاً من العبارات الآتية لتصبح صحيحة (٦ درجات)

[٠١] إذا كان $ل^{٥}_{م-٤} = ١٢٠$ فإن مجموعة قيم م تساوى .....

[٠٢] إذا كان Δ هو قيمة محدد المعاملات لمجموعة المعادلات الخطية الآتية : $٢س + ص - ع = ٧$ ،

$٢ص + ع - س = ٢$ ، $٢ع + س - ص = ٣$ ، فإن $(\Delta + س + ص + ع)$ = ...

[٠٣] إذا كان مربع طول قطر مكعب يساوى ١٧ سم^{٢} فإن مساحة جميع أوجهه تساوى .....

[٠٤] الزاوية المستوية لزاوية زوجية هى الزاوية الناشئة من .....

[٠٥] النسبة بين طول حرف الهرم المنتظم وارتفاعه الجانبى وارتفاعه تساوى .....

[٠٦] إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستو يحوى هذا المستقيم يكون .....

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الثالث : (٨ درجات)

❶ إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاثة حدود متتالية فى مفكوك $(س + \frac{ك}{س^{٢}})^{٢٧}$ كنسبة ١٥ : ٦ : ٢

فأوجد رتب هذه الحدود وقيم ك ، ثم أوجد الحد الخالى من س فى هذا المفكوك .

❷ كون المعادلة التربيعية التى جذراها هما $\frac{ω٣+٢}{ω٢+١}$ ، $\frac{ω٣+٢}{ω٢+١}^{٢}$ حيث ω ، $ω^{٢}$ هما الجذران التكعيبيان

غير الحقيقيين للواحد الصحيح .

السؤال الرابع : (٨ درجات)

❶ إذا كان ل = $\frac{ن٢+٢}{ن+١}$ ، م = $\frac{ن٢+١}{ن+١}$ حيث $ن^{٢}$ = -١ ، فأثبت أن ل ، م مترافقان ثم أوجد مجموعة

حل المعادلة $س^{٣}$ = م – ل فى مجموعة الأعداد المركبة .

❷ بدون فك المحدد وباستخدام خواص المحددات أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & س & س^{٢}-ص ع \\ ١ & ص & ص^{٢}-ع س \\ ١ & ع & ع^{٢}-س ص \end{vmatrix}$ = ٠

السؤال الخامس : (٨ درجات)

❶ إذا كانت النقطة م خارج مستوى متوازى الأضلاع أ ب جـ ، رسم $\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$ ، وكانت و ∈ $\overline{م أ}$ ،

وكانت هـ ∈ $\overline{م ب}$ بحيث م و : و أ = م هـ : هـ ب . أثبت أن $\overleftarrow{جـ هـ}$ ، $\overleftarrow{٩ ٤}$ يتقاطعان فى نقطة ولتكن ن .

وأثبت أن $\overline{م ن}$ توازى المستوى أ ب جـ .

❷ إذا كان س ، ص مستويان متقاطعان فى $\overleftrightarrow{أ ب}$ وقياس الزاوية الزوجية بينهما ٦٠° ، رسم المربع أ ب جـ ،

فى المستوى س ، إذا كانت هـ منتصف $\overline{جـ ،}$ ورسم $\overline{هـ و}$ عمودى على المستوى ص فأثبت أن المستويين

هـ و أ ، هـ و ب متعامدان .